Задача 4.

М 804 19б

Никишина Дарья, победитель

Петя - n выстрелы Вася m - выстрелы

$\underbrace{n_1 \ n_2 \ n_3}_{=} \ \underbrace{n_3 \ n_4 \ n_5}_{n_x = 3m_x}$ $\underbrace{m_1 \ m_2 \ m_3}_{=} \ \underbrace{m_3 \ m_4 \ m_5}_{n_x = 3m_x}$

Выстрелы: 10, 9, 9, 8, 8, 5, 4, 4, 3, 2. | у них нечетные 10, 5, 3, 2
четные 9, 9, 8, 8, 4, 4.

Рассмотрим случаи, где число $n_3 = m_3$

Числа могут быть: 9, 9, 8, 8, 4, 4.

25 На месте n_3 и m_3 может стоять любое из чисел (рассмотрим на примере 4)

$n_1 + n_2 + n_3 = m_1 + m_2 + m_3$

$n_1 + n_2 + \cancel{n_3} = m_1 + m_2 + \cancel{m_3}$, т.к. $m_3 = n_3 = 4$

$\left.\begin{array}{l} n_1 + n_2 + 4 = m_1 + m_2 + m_3 \\ n + n_2 + n_3 = m_1 + m_2 + 4 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} n_1 = m_1;\ n_2 = m_2;\ 4 = 4 \\ n_1 = m_2;\ n_2 = m_1;\ 4 = 4 \end{array}\right\} \begin{array}{ll} n_1 = 9 & n_1 = 8 \\ n_2 = 8 & n_2 = 9 \end{array}$

$9 + 8 + 4 = 9 + 8, 4$ (что выполняет равенство)

$\Downarrow$

$n_3 + n_4 + n_5 = 3(m_3 + m_4 + m_5)$, т.к. $n_3 = m_3$

$\Downarrow$

$n_4 + n_5 = 3(m_4 + m_5)$, при это числа могут принимать значения 10, 5, 3, 2

$\Downarrow$

$10 + 5 = 3(2 + 3)$ будет верно равенство при n_3 и $m_3 = 4$

Также n_3 и m_3 могут принимать значения 9, 8, т.к. от перестановки мест слагаемых сумма не меняется.

Рассмотрим случаи, где число $n_3 \neq m_3$

Числа могут быть: 10, 5, 3, 2.

На месте n_3 и m_3 может быть любое число, (рассмотрим, где $n_3 = 2$; $m_3 = 4$)

$n_1 + n_2 + n_3 = m_1 + m_2 + m_3$

$9 + 3 + 2 = 5 + 4 + 4$

$n_3 + n_4 + n_5 = 3(m_3 + m_4 + m_5)$, при этом числа могут принимать значения 10, 9, 8, 8

$2 + n_4 + n_5 = 3(4 + m_4 + m_5)$, что не является равенством.

При любых других значениях n_3 и m_3 равенство не может являться верным.

Ответ: значения 3 Пети = 9, 8, 4; значения 3 Васи = 9, 8, 4.

Задание 1

a_n принимает следующие значения $+a_n<1$

$a_1(1-a_2) > \frac{1}{4}$

$a_2(1-a_3) > \frac{1}{4}$

$a_n(1-a_1) > \frac{1}{4}$

Разберём каждую часть отдельно:

$1-a_2 = (<1)$, т.к. $+a_2<1$

$a_1\cdot(<1)$, при этом $\frac{1}{4}=0,25$, и должно сохраняться равенство

$a_1\cdot(<1) > \frac{1}{4} = a_1\cdot(<1) > 0,25$, при этом

6б

$a_1(1-a_2) = a_2(1-a_3) = a_2(1-a_1)$ } $a_1 \ge a_2$, $a_1 \ge a_n = a_3 \le a_2$ { что иначе одновременно не может выполнить равенство. Найдётся min 1 число, которое при $a_n(1-n)<0,25$

Док-во от обратного

$$\underbrace{a_1(1-a_2)>\frac{1}{4} = a_2(1-a_3)>\frac{1}{4} \ldots = a_n(1-a_1)>\frac{1}{4}}$$

$$\Downarrow$$

$a_1>\frac{1}{4}$; $a_2>\frac{1}{4} \ldots a_n>\frac{1}{4}$, $\underbrace{\text{то } (1-a_1)<\frac{1}{4}, \text{ при } a_n>\frac{1}{4}}$

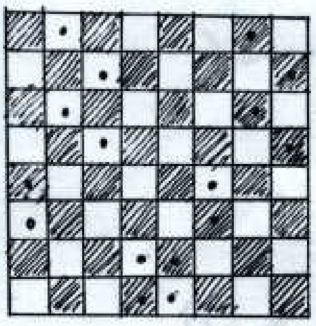
$$\Downarrow$$

$a_n(1-a_1)<\frac{1}{4}$, что противоречит сказанному выше

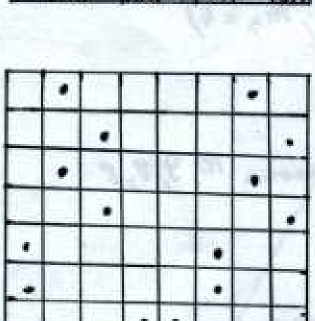
ч.т.д.

7б

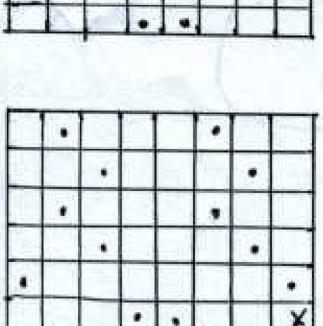
Задание 3.



1) Разделим доску на части по способу шахматной доски. Всего полей 64 шт, из них 32 - чёрных ▨ и 32 белых □. В одном ряду только 4 белых и 4 чёрных клетки. При этом вбить гвоздь можно $n \geq 3$ (n принимает значения 0, 1, 2), а строк и столбцов 8 (всего гвоздей 16). Поэтому, в каждой строке и столбце будет min 2 гвоздя, а так как это так значит вбитых гвоздей, то следует утверждать, что в каждой строке и столбце будет по 2 вбитых гвоздя, что возможно осуществить.



2) Теперь нужно отследить, как правильно расставить гвозди. Для этого нужно учитывать следующее условие: в каждой строке должно быть вбит гвоздь в 1 белую и 1 чёрную клетку (по отдельности). Поэтому условие будет выполняться только в этом случае.



5) Также можно придерживаться диагоналей, и достраивать окольную косую, но тогда останется два гвоздя, но не можно поставить в обратной диагонали вниз, и условие тоже выполнится.

3) При этом выполнено и условие, когда можно вбивать гвозди в клетки одного и того же цвета

4) Можно расставить гвоздики по диагоналям, условие тоже сохраняется, при этом сохранится условие, доказанное в пункте 2.

ч.т.д.

Задание 5 45

ΔABC
$\angle A = 120^\circ$
ΔBDA, ΔDAC } равнобедр.

Найти: ∠B; ∠C

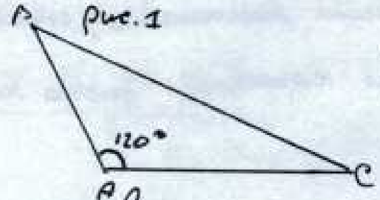
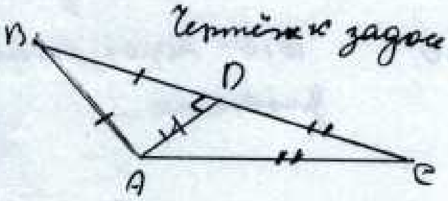
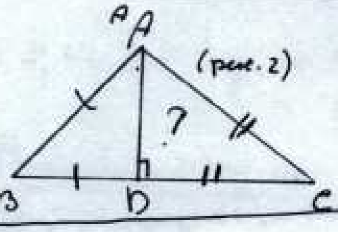


Чертёж к задаче:





Решение:

* ΔABC (рис. 1)

$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$

$\angle B + \angle C = 180^\circ - \angle A = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$

$\angle B + \angle C = 60^\circ$

* ΔABD и ΔABC (рис. 2): равнобедренные =>

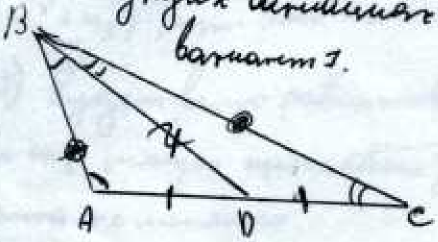
=> BA = BD; DC = AC => AD – высота и медиана =>

=> ΔABC – равнобедр =>

$\angle B = \angle C \Rightarrow \angle B = \angle C = (\angle B + \angle C) : 2 = 60^\circ : 2 = 30^\circ$

В других вариантах это будет невозможно (см. ниже)

вариант 1.

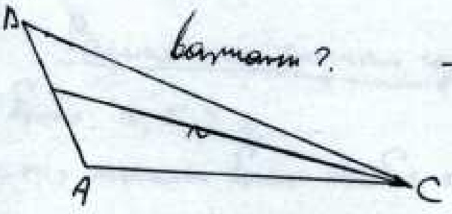


* ΔBAD и ΔBDC: равнобедр

∠A = ∠ABD, ∠C = ∠DBC } => ∠ABC = ∠ABD + ∠DBC > 180°, чего быть не может

ч.т.д.

вариант 2.



аналогичный случай, доказывается как и первый вариант.

ч.т.д.

Проверка:

$\angle BDA = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$ (т.к. прямая.

$\angle B = 30^\circ$ $\angle BAD = 60^\circ$ $\angle BAC = \angle BAD + \angle DAC$

ΔBDA = ΔDAC, т.к. DA – общая; BA = CA => ∠BAD = ∠DAC = 60°

$\angle BAD = 120^\circ$

ч.т.д.

Задача 2.

Нужно принять максимальные значения множителей, чтобы получить max результат.

$n_1 + n_2 = 2020$

$a_1 \cdot a_2 = ?$

1010 - порог, после которого числа повторяются обратное умножение.

$$\begin{array}{r} 1010 \\ \times 1010 \\ \hline 0000 \\ 1010 \\ 0000 \\ 1010 \\ \hline 1.020.100 \end{array}$$

Ответ: 1.020.100 - max результат, полученный при умножении.